NOVEMBER/DECEMBER 2025

23UMA11 — ALGEBRA AND TRIGONOMETRY

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.



1. What is reciprocal polynomial?

   தலைகீழ் பல்லுறுப்புக்கோவை என்றால் என்ன?

2. State Fundamental theorem of Algebra.

   இயற்கணிதத்தின் அடிப்படை தேற்றம் பற்றி கூறுக.

3. Find the r^{th} term in the expansion of $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{2r}$.

   $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{2r}$ இன் விரிவாக்கத்தில் r^{th} வது உறுப்பைக் கண்டறியவும்.

4. Expand $(1-x+x^2)^4$.

   விரிவாக்குக $(1-x+x^2)^4$

5. Find the characteristics equation of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் பண்புகல் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

6. Write the uses of Cayley-Hamilton Theorem.

கேலி-ஹாமில்டன் தேற்றத்தின் பயன்பாடுகளை எழுதுக.

7. Express the formula $\sin\theta$ when 'n' is even.

'n' இரட்டைப்படையாக இருக்கும்போது $\sin\theta$ சூத்திரத்தை வெளிப்படுத்தவும்.

8. Expansion of $\cos\theta$ when 'n' is odd.

'n' ஒற்றைப்படையாக இருக்கும்போது $\cos\theta$ இன் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

9. Define Hyperbolic function.

ஹைபர்போலிக் செயல்பாட்டை வரையறுக்க.

10. Prove that $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

நிருபிக்க $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

18. Find the eigen values and eigen vectors $\begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$-ன் சிறப்பு மதிப்புகள் மற்றும் சிறப்பு திசையன்களைக் காண்க.

19. Express the $\cos^6\theta$ in terms of cosines of multiples of θ.

θ இன் பெருக்கல்களின் கோசைன்களின் அடிப்படையில் $\cos^6\theta$ ஐ வெளிப்படுத்தவும்.

20. If $u = \log\left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)\right]$ then prove that.

(a) $\tanh\frac{u}{2} = \tan\frac{\theta}{2}$

(b) $\cosh u = \sec\theta$.

$u = \log\left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)\right]$ எனில் பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

(அ) $\tanh\frac{u}{2} = \tan\frac{\theta}{2}$

(ஆ) $\cosh u = \sec\theta$.



SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Use Horner's method to evaluate $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$ at $x_0 = -2$.

$x_0 = -2$ இல் $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$ ஐ ஹார்னரின் முறையைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக.

Or

(b) Solve the equation $7x^3 - 43x^2 = 43x - 7$.

சமன்பாட்டை தீர்க்க $7x^3 - 43x^2 = 43x - 7$.

12. (a) Evaluate $\left(x^2 - \sqrt{1-x^2}\right)^4 + \left(x^2 + \sqrt{1-x^2}\right)^4$.

மதிப்பிடுக $\left(x^2 - \sqrt{1-x^2}\right)^4 + \left(x^2 + \sqrt{1-x^2}\right)^4$.

Or

(b) Find the coefficient of x^n in the expansion of $\frac{1+2x-3x^2}{e^x}$.

$\frac{1+2x-3x^2}{e^x}$ விரிவாக்கத்தில் x^n இன் குணகத்தைக் கண்டறியவும்.

13. (a) Show that the matrix $\begin{bmatrix}1 & -2\\2 & 1\end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix}1 & -2\\2 & 1\end{bmatrix}$ என்ற அணியானது அதன் சொந்த பண்புகளின் சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்கிறது எனக் காட்டுக.

Or

(b) Find A^{-1} if $A = \begin{bmatrix}1 & -1 & 4\\3 & 2 & -1\\2 & 1 & -1\end{bmatrix}$ using Cayley's Hamilton theorem.

$A = \begin{bmatrix}1 & -1 & 4\\3 & 2 & -1\\2 & 1 & -1\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் மூலம் கேலியின் ஹாமில்டன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி A^{-1} -ன் மதிப்பைக் காண்க.

14. (a) Express $\sin^8\theta$ in a series of cosines of multiples of θ.

θ இன் பெருக்கல்களின் கோசைன்களின் வரிசையில் $\sin^8\theta$ ஐ வெளிப்படுத்துக.

Or

(b) Show that

$2^5\sin^4\theta\cos^2\theta = \cos 6\theta - 2\cos 4\theta - \cos 2\theta + 2$

$2^5\sin^4\theta\cos^2\theta = \cos 6\theta - 2\cos 4\theta - \cos 2\theta + 2$. அதைக் காட்டுக.

15. (a) Prove that $\sinh^{-1}x = \log\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$.

நிரூபிக்க. $\sinh^{-1}x = \log\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$

Or

(b) Prove that

$\sinh 2x = 2\sinh x\cosh x = \dfrac{2\tanh x}{1-\tanh^2 x}$.

நிரூபிக்க:

$\sinh 2x = 2\sinh x\cosh x = \dfrac{2\tanh x}{1-\tanh^2 x}$

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve the questions $x^4 - 10x^3 - 26x^2 - 10x + 1 = 0$.

சமன்பாட்டை தீர்க்க $x^4 - 10x^3 - 26x^2 - 10x + 1 = 0$.

17. Show that $2^{4n+4} - 15n - 16$, where $n \in N$ is divisible by 225.

$2^{4n+4} - 15n - 16$, இங்கு $n \in N$ எனில் 225 ஆல் வகுப்படும் என்பதைக் காட்டுக.